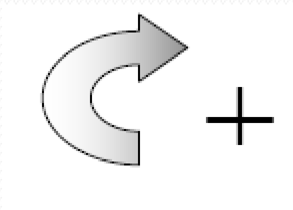
Corso di Costruzioni

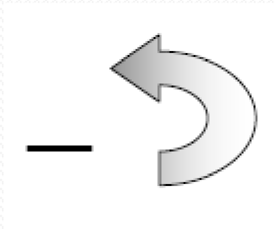
- **Istituto tecnico per geometri " Duca D'Aosta di Enna"**
- **Classe 3° Geometri**
- **A. A. 2009-2010**
- **Prof. Levanto Francesco**

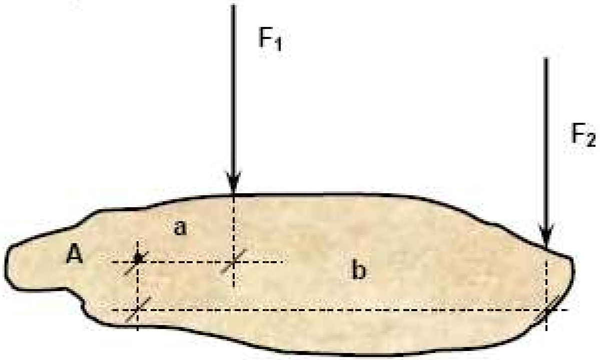
- **Parte seconda**

Il Momento

- Si intende per **Momento la capacità di far ruotare un corpo: per** convenzione assumiamo il momento come **positivo quando tende a far** ruotare il corpo in senso **orario, negativo nel senso antiorario**







MF2 > MF1

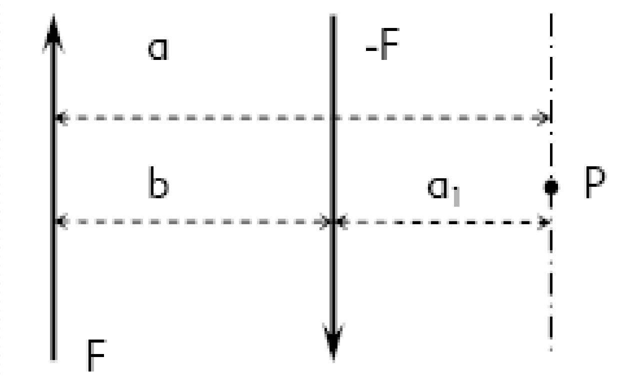
Due forze **F1 ed F2 (di uguale intensità) la F2, generando un momento maggiore** della F1, tende a far ruotare più facilmente il corpo attorno al punto A.

Momenti di coppie

- coppia di forze **+F e –F, considerata come un sistema di forze, il suo momento** rispetto ad un qualunque **punto P (centro dei momenti) è dato, per definizione,** dalla relazione:

Il momento di una coppia rispetto a un qualsiasi punto del piano è costante ed è dato dal prodotto dell'intensità di una delle due forze Per la loro distanza, detta braccio della coppia.

$M = F \times a - F \times a_1 = F (a - a_1) = F \times b$

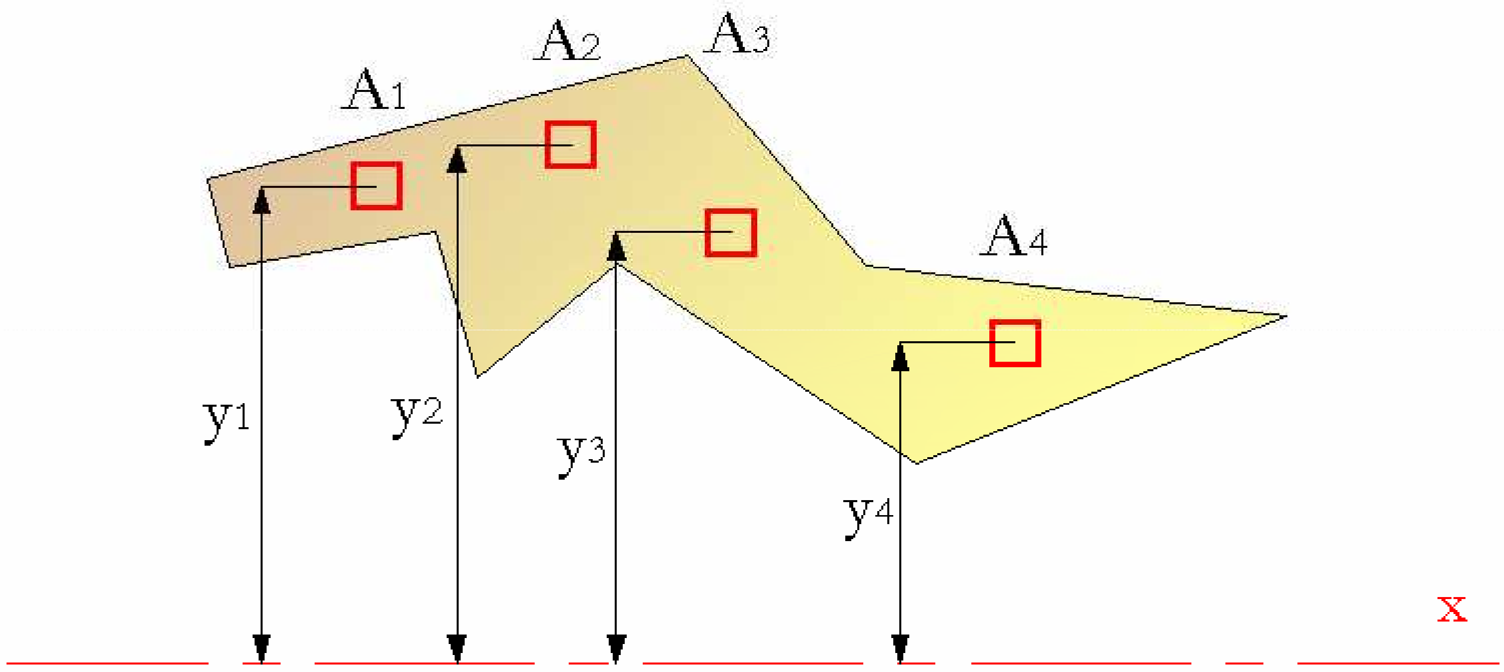


MOMENTI STATICI DI PRIMO ORDINE

- Si definisce momento statico (S) di una superficie,
- rispetto ad un asse contenuto nel suo piano di
- aree elementari, moltiplicate per la distanza di
- ciascuna di esse dall' asse considerato. Le relazioni
- matematiche sono:
- $Sx = \Sigma Ai \times yi = A1 \times y1 + A2 \times y2 + \ldots\ldots An \times yn$
- $S y = \Sigma Ai \times xi = A1 \times x1 + A2 \times x2 + \ldots\ldots An \times xn$

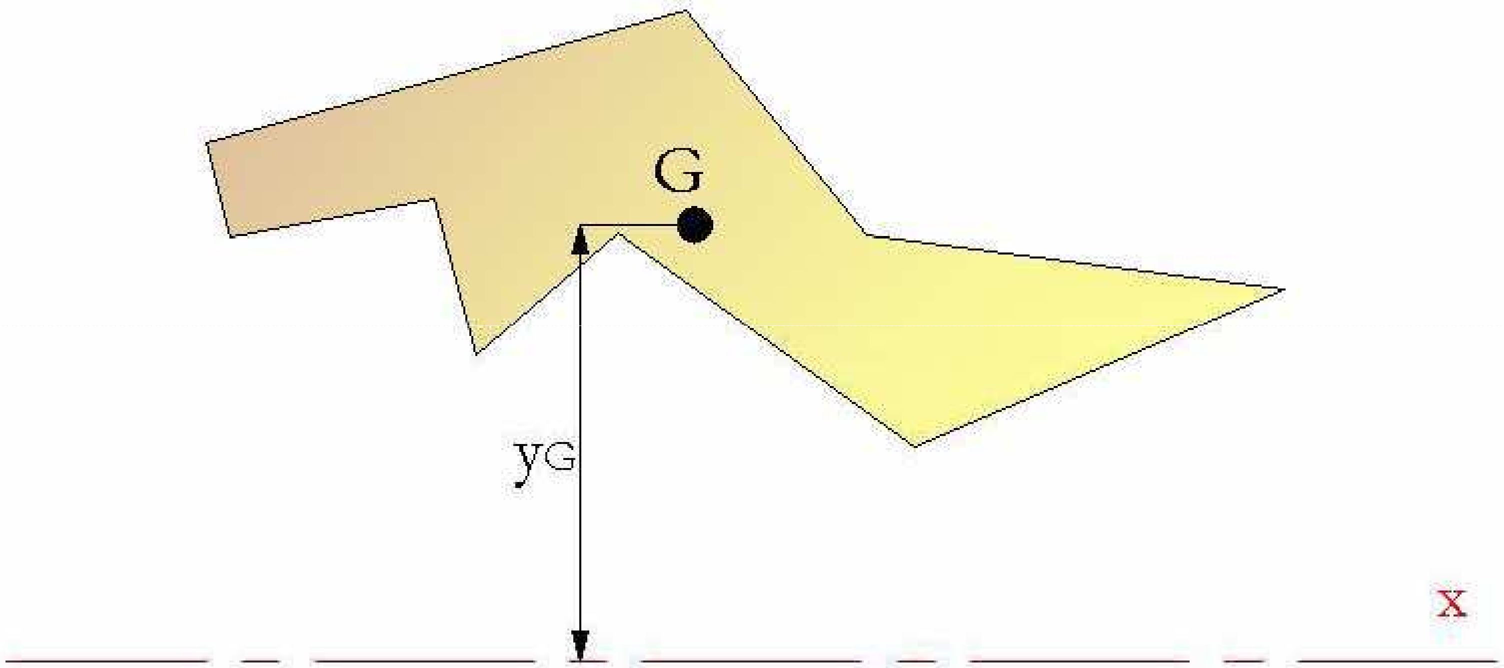
Momento Statico rispetto alla retta X

$$S_x = \Sigma A_i \times y_i = A_1 \times y_1 + A_2 \times y_2 + \ldots\ldots A_n \times y_n$$



- Un’ altra definizione di momento statico è la
- seguente: il momento statico (S) di una superficie,
- rispetto ad un asse contenuto nel suo piano di
- appartenenza, è pari al prodotto tra la sua area per
- la distanza del suo baricentro dall’ asse ovvero
- $Sx = A \times YG$
- $Sy = A \times XG$

$$S_x = A \times Y_G$$

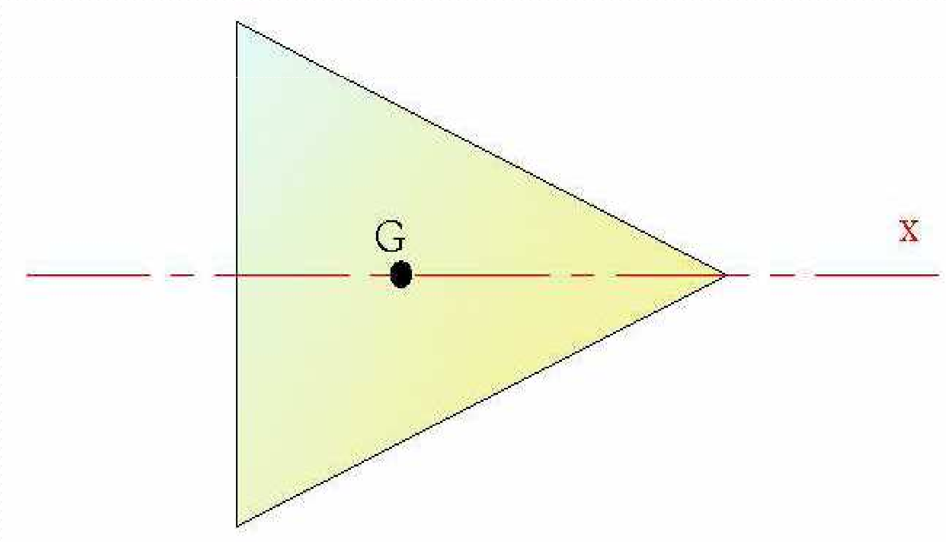


- Il momento statico può essere positivo, negativo o nullo. Esso **è sempre nullo se è fatto rispetto** all'**asse baricentrico.**
- Il momento statico di una figura si misura in m^3
- in quanto è uguale all'area (m2) moltiplicato una distanza (m) : $m^2 \times m =$ **m^3.**

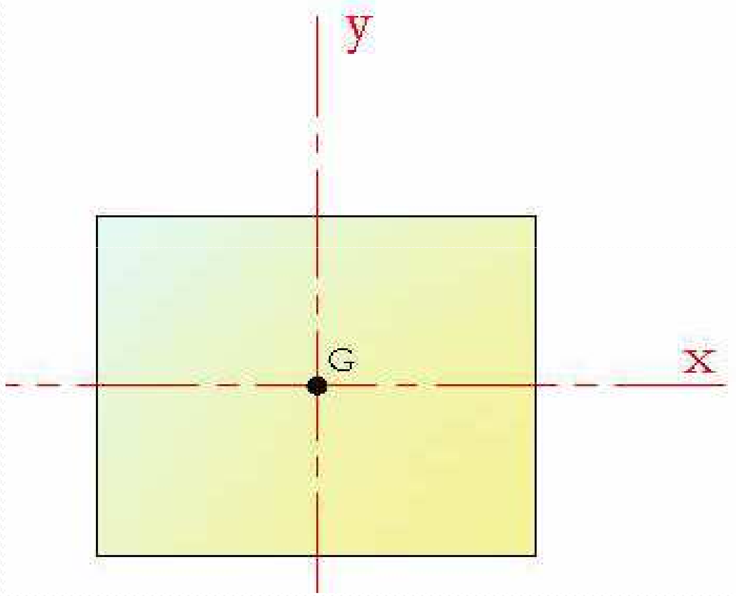
Baricentri

- **Baricentri: o centro di gravità di un corpo, è il punto di applicazione della** risultante delle forze di gravità.
- Mediante il calcolo del momento statico, è possibile ricavare le coordinate del baricentro di una qualsiasi figura piana convessa o concava. Il baricentro è il punto rispetto al quale il momento risultante generato dalle forze peso è nullo.

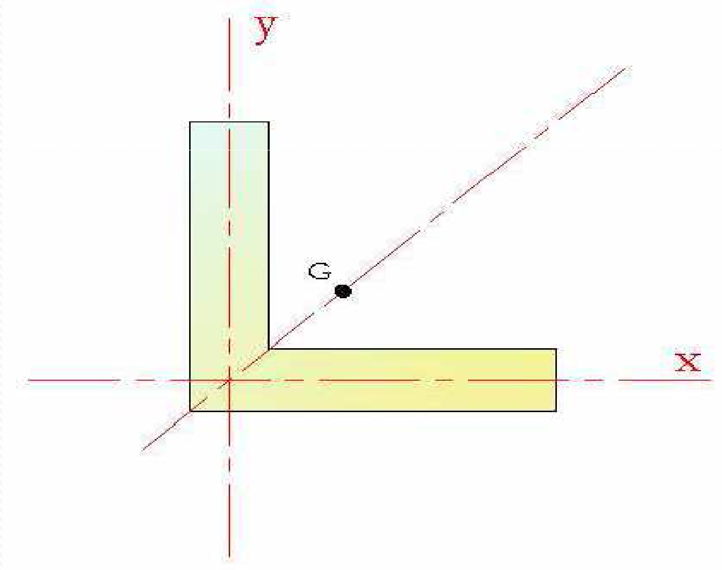
- Le proprietà di questo punto sono:
- a) Se una figura piana possiede asse di simmetria, il baricentro G, si troverà su di esso.



- b) Se la figura piana possiede due assi di simmetria, il baricentro G si colloca nella loro intersezione.



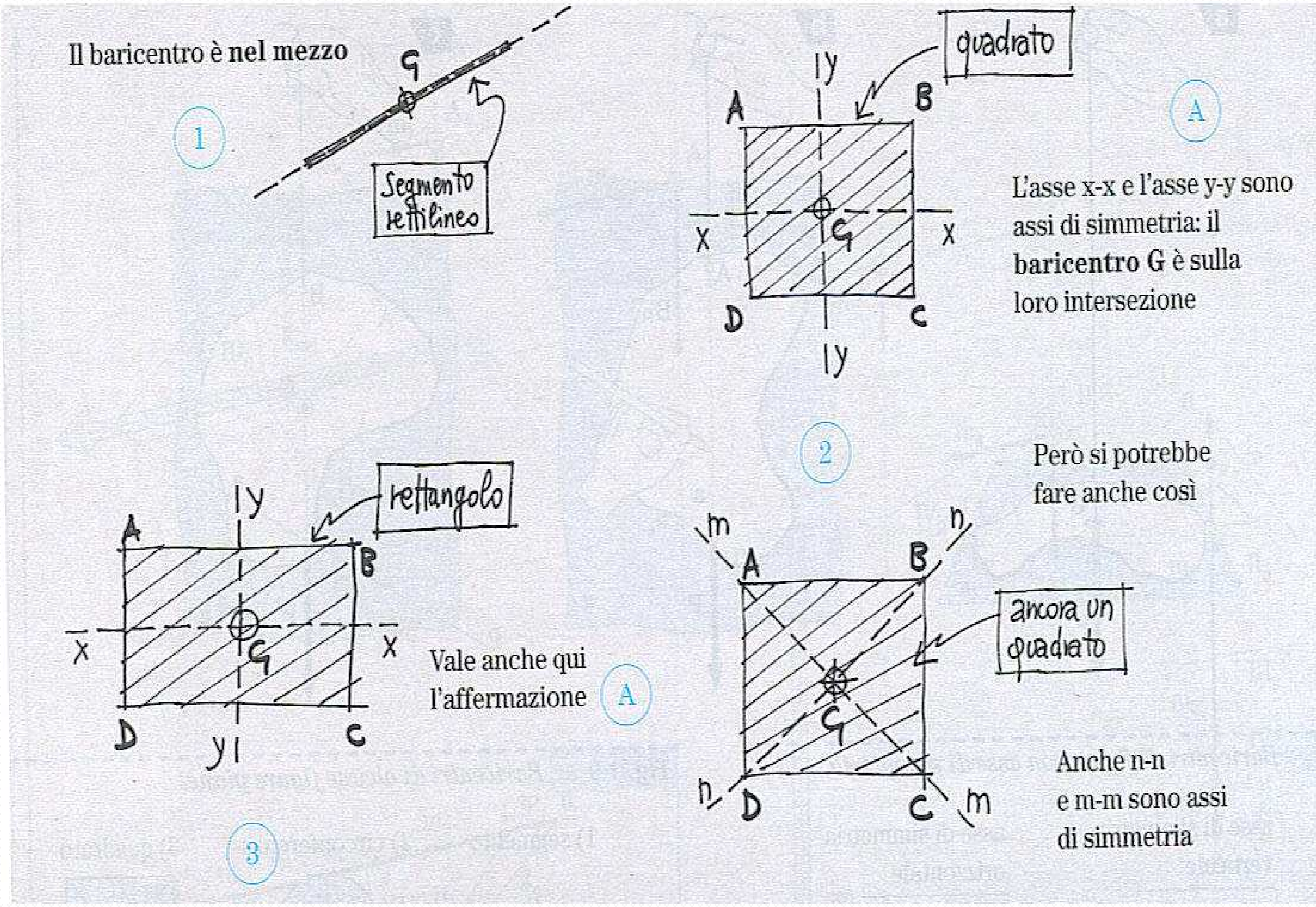
- c) Il baricentro G, può trovarsi anche all' esterno della figura.



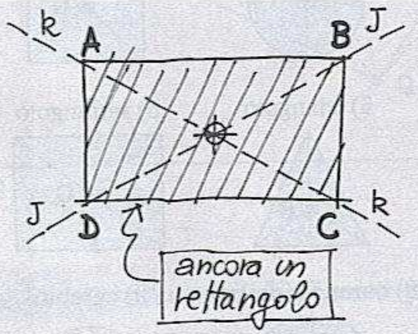
- Baricentro di un **triangolo, individuato dal punto di incontro delle tre mediane.**

- Baricentro di un **quadrato, rettangolo e parallelogramma è individuato dal** punto di incontro delle diagonali.

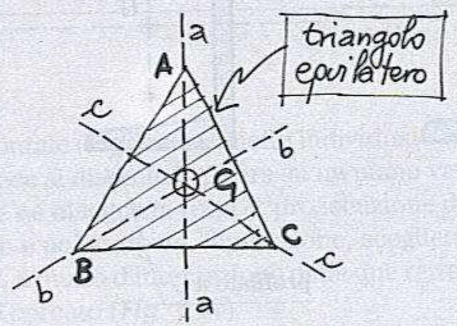
Baricentri



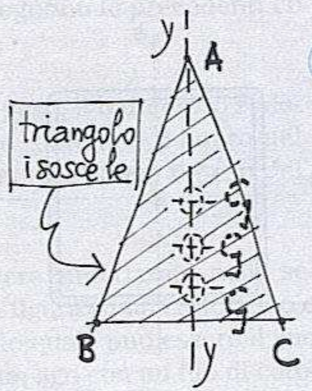
Il baricentro è **nel mezzo**
1
G
Segmento rettilineo
quadrato
y
A
B
x
x
G
D
C
y
A
L'asse x-x e l'asse y-y sono assi di simmetria: il **baricentro G** è sulla loro intersezione
2
Però si potrebbe fare anche così
y
rettangolo
A
B
x
x
G
D
y
C
Vale anche qui l'affermazione
A
3
m
n
A
B
ancora un quadrato
G
n
D
C
m
Anche n-n e m-m sono assi di simmetria



Anche qui il **baricentro** sta nell'intersezione degli assi J-J e k-k, ma questi non sono propriamente assi di simmetria! Prova a ragionarci un po' sopra!

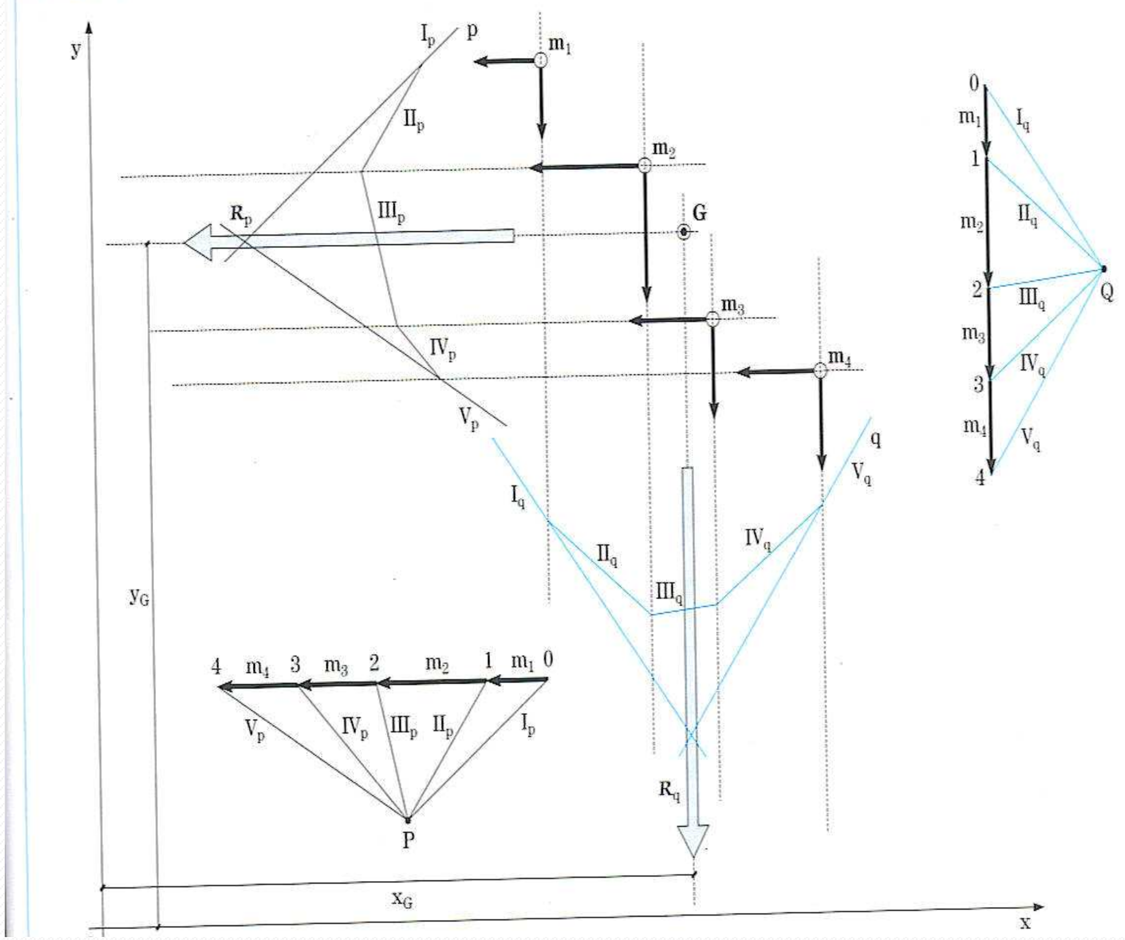


a-a; b-b; c-c sono tre assi di simmetria; il **baricentro** è sull'intersezione dei tre assi (N.B. se ci pensi un attimo scopri che due assi si incontrano nel punto G; il terzo asse deve passare per lo stesso punto)



Qui il **baricentro** si trova sicuramente sull'asse y-y, ma a quale altezza? Occorre qualche altro strumento di ricerca!

Fig. 1.13 *Determinazione grafica delle coordinate del baricentro di un sistema di masse.*



Baricentro di una spezzata

1.6.1. Baricentro di una spezzata

Data la spezzata *ABCD* (*Fig.* 1.14) si vuole conoscere il suo baricentro.

Procediamo per via analitica. Fissiamo il sistema di riferimento cartesiano $(0; x, y)$ ortogonale e concentriamo nei baricentri G_1, G_2, G_3 dei tronchi $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ e $\overline{CD}$ le masse proporzionali alle lunghezze l_1, l_2, l_3 dei tre segmenti $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ e $\overline{CD}$ che compongono la spezzata. Indichiamo con y
e x_1, x_2, x_3 le coordinate dei singoli baricentri G_1, G

Pertanto il momento statico della spezzata risul

$$S_x = l_1 y_1 + l_2 y_2 + l_3 y_3$$

$$S_y = l_1 x_1 + l_2 x_2 + l_3 x_3$$

e, per il teorema di Varignon:

$$S_x = y_G\,(l_1 + l_2 + l_3)$$

$$S_y = x_G\,(l_1 + l_2 + l_3)$$

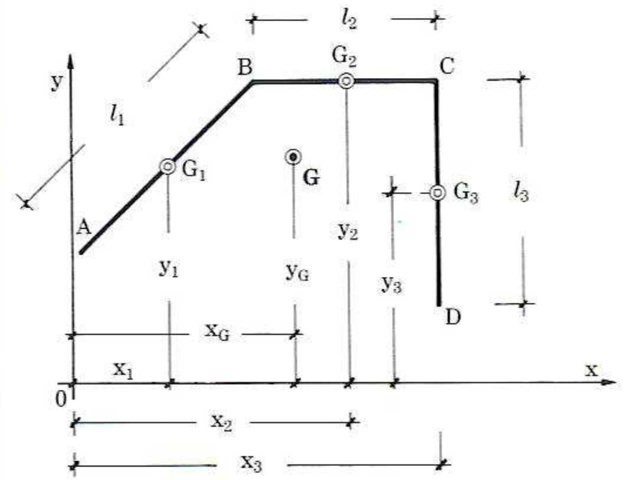
Dunque, confrontando queste espressioni con l
denti, possiamo scrivere:

$$\boxed{y_G = \frac{l_1 y_1 + l_2 y_2 + l_3 y_3}{l_1 + l_2 + l_3}}$$

$$\boxed{x_G = \frac{l_1 x_1 + l_2 x_2 + l_3 x_3}{l_1 + l_2 + l_3}}$$

Si perviene allo stesso risultato mediante il
mento grafico, applicando nei baricentri G_1, G_2 e G
goli lati vettori proporzionali alle lunghezze dei r
tronchi $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ e $\overline{CD}$ secondo due direzioni, per
ortogonali fra loro (*Fig.* 1.15).

Fig. 1.14 *Baricentro di una spezzata.*



Procedimento grafico

Fig. 1.15 *Ricerca del baricentro di una spezzata con procedimento grafico.*

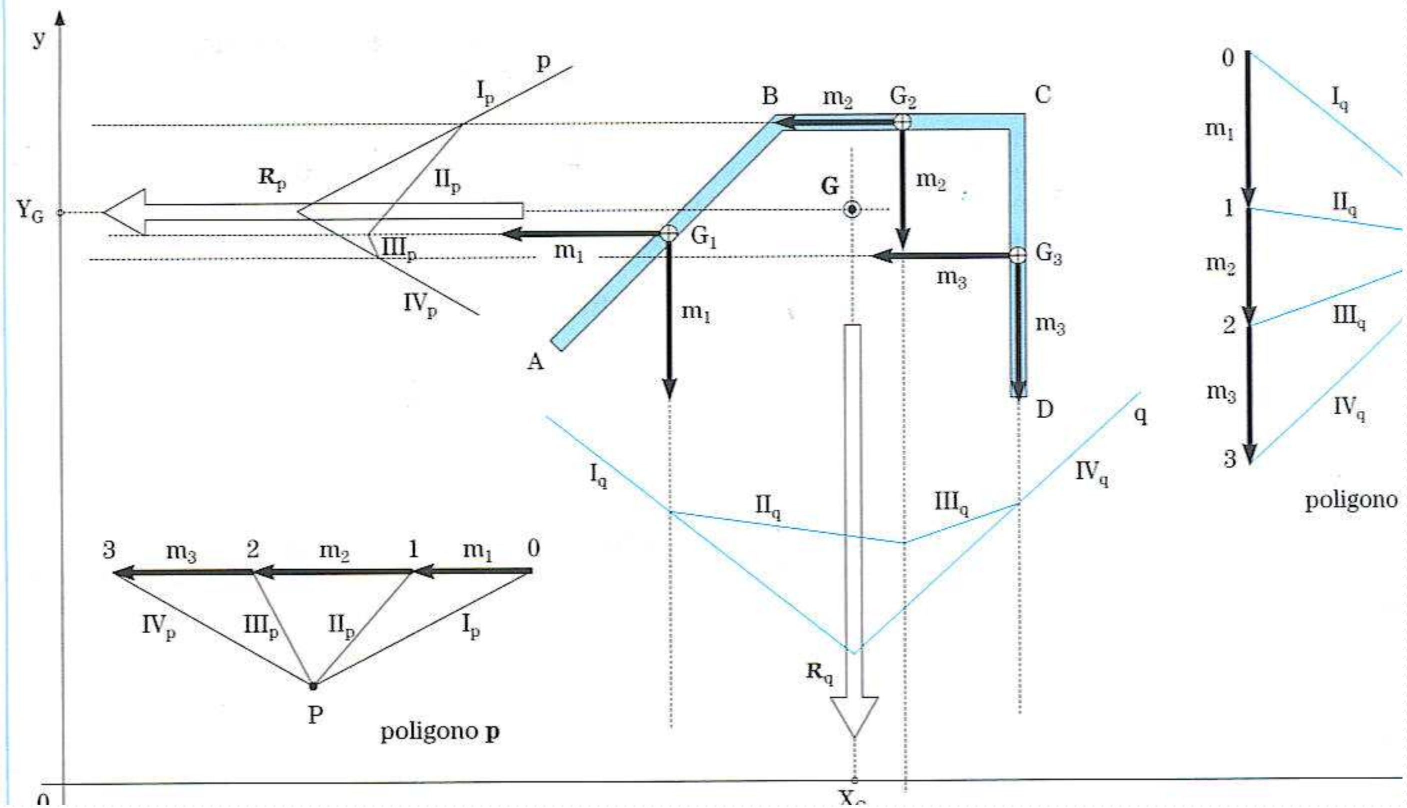
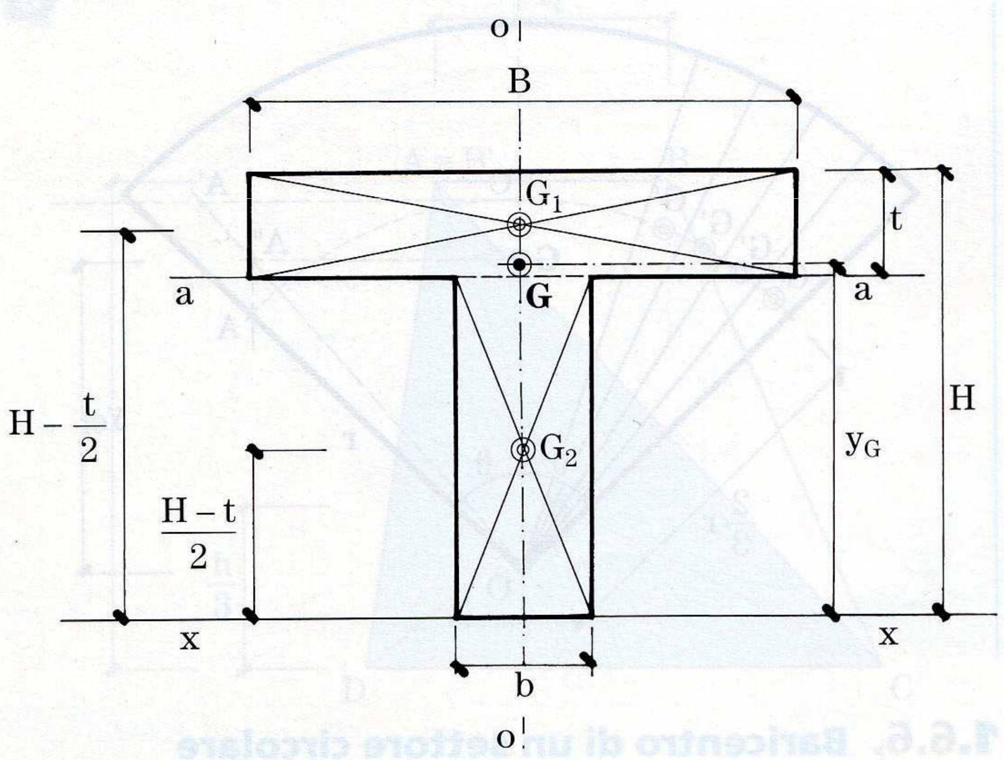


Fig. 1.26 *Baricentro di una sezione a T.*



- Note :
- Corso di costruzione , S. Di Pasquale, C. Messina, L. Paolini, B. Furiozzi
- pag.6-11-12- 13 Marco Bersani – Momenti statici del primo ordine e baricentri